# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIII Сем. № 153. № 9.

**Содержаніе:** Галилео Галилей, его жизнь и научная дѣятельность. Критико-біографическій очеркъ, *О. Пергамента.*—Аналогія между магнитною индукціею и электризаціей черезъ вліяніе, *А. Королькова.*—Къ статьѣ г. Александрова.—Опыты и приборы.—Разныя извѣстія.—Задачи №№ 411—416. — Рѣшенія задачъ (2 сер.) №№ 106, 107, 127, 189, 190, 156, 236 и 289.

---

## ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ,

### ЕГО ЖИЗНЬ и НАУЧНАЯ ДѢЯТЕЛЬНОСТЬ.

**Критико-біографическій очеркъ**

*О. Пергамента.*

Нѣтъ несомнѣнно во всей исторіи науки вопроса, который въ большей степени останавливалъ бы на себѣ вниманіе изслѣдователя, чѣмъ вопросъ о личности и трудахъ Галилея и изученіе эпохи, ему современной.

Полная превратностей судьба, вдохновившая не мало писателей и поэтовъ; глубоко-продуманныя творенія, которыя и теперь еще поражаютъ насъ, какъ доказательство того, до какой высоты можетъ подняться работа человѣческой мысли; историческій моментъ, ознаменовавшійся восходомъ зари современной науки; величавая картина крушенія философіи перипатетиковъ съ одной стороны, и рожденія экспериментальнаго метода съ другой,—вотъ тѣ событія, полныя захватывающаго духъ интереса, центромъ которыхъ является Галилео Галилей, этотъ титанъ мысли, котораго механика, астрономія и физика съ равнымъ правомъ могутъ назвать своимъ отцомъ и основателемъ *).

---

*) Личность, судьба и произведенія Галилея вызвали безконечную и разнообразную литературу. Однихъ біографовъ насчитываютъ свыше 100, не принимая въ разсчетъ лицъ, занимавшихся изслѣдованіемъ процесса. *Риккарди* далъ перечень всего, написаннаго о Галилеѣ. (см. *Riccardi*, Bilbiografia galileana, Modena. 1873) до 1873 года. Изъ произведеній отечественной литера-

Галилео Галилей родился по всѣмъ вѣроятіямъ 18-го февраля 1564 года въ г. Пизѣ отъ Винченцо ди Микельанджэло Галилея и Джіуліи ди Козимо Амманати. Отецъ его, занимавшійся въ Пизѣ суконной торговлей, не былъ однако зауряднымъ торговцемъ: онъ обладалъ недюжиннымъ образованіемъ. По свидѣтельству Вивіани, онъ былъ чрезвычайно свѣдущимъ въ области математическихъ наукъ и кромѣ того пользовался извѣстностью, какъ отличный знатокъ теоріи и исторіи музыки. Превосходное знаніе древнихъ языковъ давало ему возможность непосредственно черпать изъ обильной сокровищницы классической литературы.

Печально сложившіяся обстоятельства матеріальнаго характера вскорѣ заставили Винченцо Галилея переселиться во Флоренцію. Нельзя однако думать, чтобы переселеніе это совершилось, какъ утверждаютъ почти всѣ біографы Галилея, въ концѣ шестидесятыхъ годовъ 16-го столѣтія. Еще въ 1574 году мы застаемъ семейство Галилея въ Пизѣ *). Не имѣя однако возможности существовать въ этой послѣдней со своимъ многочисленнымъ семействомъ, Винченцо переселился во Флоренцію, лелѣя надежду, что современемъ первенецъ его Галилей съ бо́льшимъ успѣхомъ, нежели онъ, займется торговлею суконъ. Несмотря однако на такое предназначеніе и на то, что семьѣ приходилось жить на тѣ жалкіе гроши, которые Винченцо зарабатывалъ уроками музыки, онъ постарался дать сыну своему возможно лучшее образованіе по понятіямъ того времени. Съ этой цѣлью онъ пріискалъ сыну своему учителя въ лицѣ Якова Боргини, человѣка, оказавшагося малоспособнымъ и не стоявшаго на достаточно высокомъ уровнѣ, чтобы сдѣлаться руководителемъ блестяще и разносторонне одареннаго Галилея. Тѣмъ не менѣе подъ его руководствомъ, главнымъ же образомъ при содѣйствіи отца, Галилей изучилъ въ совершенствѣ греческій и латинскій языки. Подъ вліяніемъ этого изученія и образовался тотъ увлекательный языкъ его, которымъ онъ въ послѣдствіе привлекалъ своихъ слушателей и громилъ своихъ враговъ.

Обстоятельства дѣтства и отрочества Галилея сравнительно мало извѣстны. Ученикъ и біографъ его, Вивіани разсказываетъ о рано проявившейся замѣчательной способности его изготовлять приборы и машины въ подражаніе видѣннымъ имъ, причемъ уже дѣтская сообразительность его всегда находила способъ усовершенствовать тотъ или иной приборъ **). Когда учености Якова

туры намъ извѣстны: *Ассоновъ*, Галилей передъ судомъ инквизиціи (или Галилей и Ньютонъ) Москва 1871; *Маракуевъ*, Галилей, его жизнь и ученые труды. Москва, 1888; *Предтеченскій*, Галилей, его жизнь и научная дѣятельность. Спб. 1891. Изъ сочиненій, появившихся сравнительно недавно, мы укажемъ на превосходное изслѣдованіе, на основаніи котораго и составленъ предлагаемый очеркъ: *Antonio Favaro*, Galileo Galilei e lo studio di Padova, Firenze, 1883, 2 vol.—8°.

*) Cp. Favaro Op. cit vol I, p. 7.

**) Помимо того даровитый отрокъ вскорѣ обнаружилъ недюжинный талантъ къ музыкѣ и рисованію. Кто былъ его учителемъ въ живописи, неизвѣстно, но знанія его въ этой области были настолько серьезны, что къ нему въ послѣдствіи не разъ обращались художники за совѣтомъ и указаніями.

Боргини уже не хватило на дальнѣйшее развитіе своего ученика, Винченцо отдалъ своего сына въ монастырь Валломброзо для большаго усовершенствованія въ гуманистическихъ наукахъ, которымъ Галилей преимущественно обучался въ отроческомъ возрастѣ. Образованные монахи, бывшіе лучшими цѣнителями способностей своего питомца, нежели недалекій Боргини, пожелали оставить талантливаго юношу у себя на всегда. Но отецъ поспѣшилъ взять его изъ монастыря обратно подъ предлогомъ необходимости лѣченія открывшагося страданія глазъ. Видя необыкновенныя дарованія своего сына, Винченцо рѣшилъ посвятить его болѣе возвышенной дѣятельности, не упуская при этомъ изъ виду матеріальной стороны; поэтому онъ пожелалъ посвятить своего сына изученію медицины и для этой цѣли направилъ его въ Пизанскій университетъ, гдѣ молодому студенту приходилось, согласно установившемуся порядку академическаго преподаванія, прослушать курсъ перипатетической философіи. Здѣсь онъ не познакомился, какъ принято ошибочно утверждать, съ Яковомъ Маццони, такъ какъ этотъ послѣдній въ то время еще не былъ профессоромъ Пизанскаго университета, но взамѣнъ этого встрѣтилъ въ лицѣ преподавателя медицины Чезальпино одного изъ выдающихся людей того времени. *) Лекціи этого послѣдняго, по всей вѣроятности, принесли молодому студенту значительную пользу въ противоположность бездушному преподаванію философіи.

Перипатетическая философія, хотя и подкошенная въ своихъ основахъ цѣлымъ рядомъ мыслителей—Джироламо Кардано, Піетро Помпонацци, Маріо Ниццоліо, Франческо Патриціо, Бернардино Телезіо и др., еще господствовала въ то время въ мірѣ университетскаго преподаванія. Схоластическая доктрина, потопившая обширное знаніе Аристотеля въ цѣломъ морѣ софизмовъ и искусственныхъ тонкостей, царствовала въ мірѣ науки, не признавая соперницы. „Αὐτὸς ἔφη“ вполнѣ удовлетворяло посредственные умы и отживавшихъ преподавателей, боязливо относившихся ко всякой новой истинѣ, которая могла бы подорвать ихъ авторитетъ, но, съ другой стороны, оно не могло и не должно было удовлетворять молодую натуру, богато одаренную и стремившуюся къ достиженію не призрачной, а дѣйствительной истины. Ясно, что такое преподаваніе не могло привлечь Галилея. Вотъ что онъ писалъ впослѣдствіи по этому поводу Кеплеру: „Putat enim hoc hominum genus, philosophiam esse librum quendam velut Aeneida et Odyssea: vera autem non in mundo, aut in natura, sed in confrontatione textuum (utor illorum verbis) esse quaerenda“. Его живая и полная жажды знанія натура, природный умъ, по преимуществу склонный къ наблюденію, не могли принимать на вѣру готовые результаты, добытые древними авторами, и отказаться отъ естественнаго желанія и права подвергнуть ихъ опытной провѣркѣ и критической оцѣнкѣ. Пылкость характера и общительность природы молодого Галилея побуждали его дѣлиться всѣми своими мыслями со своими товарищами по уни-

*) Cp. Favaro, op. cit. vol. I, pag. 11.

верситету. Поэтому, онъ устраивалъ въ кругу университетской молодежи частые публичные диспуты. въ которыхъ дѣлалъ попытки къ обличенію ложной стороны ученія перипатетиковъ. Къ этой порѣ его жизни относятся слѣдующіе два факта, которые,—если и принадлежатъ даже къ области вымысла,—тѣмъ не менѣе интересны для характеристики способа мышленія Галилея. Сидя однажды въ Пизанскомъ соборѣ, онъ обратилъ вниманіе на медленно качавшуюся люстру, выведенную случайно изъ состоянія равновѣсія. Опредѣляя время одного колебанія по біенію своего пульса, Галилей пришелъ къ убѣжденію, что продолжительность одного полнаго колебанія не зависитъ отъ величины размаха. Такимъ образомъ, онъ пришелъ къ открытію столь богатаго послѣдствіями *закона изохронизма малыхъ колебаній маятника*. Тотчасъ же послѣ этого открытія Галилею пришла мысль воспользоваться равновременностью малыхъ колебаній для точнаго измѣренія времени; первая попытка къ ея осуществленію послѣдовала лишь нѣсколько лѣтъ спустя. Пока же онъ примѣнилъ свое открытіе къ точному измѣренію числа біеній пульса; приборъ, имъ для этой цѣли придуманный, былъ въ послѣдствіе описанъ *) подъ именемъ „pulsilogium" Санторіемъ, который приписалъ себѣ честь его изобрѣтенія.

Второй разсказъ относится къ первымъ занятіямъ Галилея по математикѣ, которую онъ до 19-го года зналъ только по имени. Герардини и Вивіани—первые біографы Галилея—расходятся въ свидѣтельствахъ по этому поводу. По разсказу перваго, Галилей отправился однажды къ Остиліо Ричи, другу своего отца, учителю математики пажей при тосканскомъ дворѣ. Прійдя во время урока, Галилей, не желая прерывать преподаванія, простоялъ за дверьми и былъ такъ глубоко пораженъ слышанными обрывками изъ этого, для него невѣдомаго, міра, что обратился къ Ричи съ просьбой не отказать ему въ преподаваніи началъ математики. По разсказу Вивіани, Галилей не занимался математическими науками лишь на основаніи строгаго запрета отца, боявшагося, что увлекательность новой науки отобьетъ у молодого студента охоту заниматься медициной. Чувствуя однако непреодолимое влеченіе къ математикѣ, Галилей прибѣгъ будто бы къ посредничеству Ричи, который и выхлопоталъ ему, хотя и съ трудомъ, разрѣшеніе отца. Мы не будемъ входить въ разборъ и оцѣнку этихъ двухъ свидѣтельствъ, такъ какъ это не соотвѣтствовало бы характеру настоящаго очерка; важно только установить тотъ фактъ, что Галилей съ рвеніемъ, присущимъ его пылкой природѣ, предался подъ руководствомъ Ричи изученію элементовъ Эвклида. Не успѣлъ еще девятнадцатилѣтній Галилей освоиться съ тѣмъ родомъ умозрѣній, на которыхъ основывается изученіе математики, но которыя наиболѣе соотвѣтствовали природному складу его ума, какъ уже окончательно рѣшилъ посвятить себя изученію геометріи. Отецъ его, видя быструю замѣну Галена и Гиппократа Эв-

---

*) Въ сочиненіи «Methodi vitandorum errorum omnium, qui in arte medica contingunt». Venetiis 1603. Другіе приписываютъ и обрѣтеніе этого прибора итальянскому ученому Сарпи. Ср. Favaro op. cit. vol. I, p. 14, примѣч. I.

лидомъ и Архимедомъ, съ болью въ сердцѣ отказался отъ взлелѣянной мечты своей—сдѣлать изъ сына своего медика. Обремененный многочисленнымъ семействомъ, старикъ оказался не въ силахъ дать сыну возможность продолжать образованіе, а потому обратился къ великому герцогу Тосканскому, Фердинандо Медичи съ просьбой предоставить его сыну, въ виду способностей этого послѣдняго, право безплатно продолжать ученіе въ университетѣ,—право, которымъ могли пользоваться сорокъ неимущихъ студентовъ. Но уже тогда своимъ необыкновеннымъ талантомъ и совершенно независимымъ отъ авторитета Аристотеля способомъ изслѣдованія Галилей успѣлъ пріобрѣсть въ средѣ рутинныхъ преподавателей множество завистниковъ и враговъ. Послѣдніе не дремали и, благодаря ихъ проискамъ, великій герцогъ отказалъ въ просьбѣ Винченцо, такъ что молодой ученый долженъ былъ оставить рассадникъ наукъ, не пріобрѣвши докторской степени.

Но не такова была природа Галилея, чтобы этотъ ударъ лишилъ его энергіи. По возвращеніи подъ родную кровлю онъ продолжалъ серьезно заниматься изученіемъ Архимеда. Въ особенности привело его во восторгъ чтеніе двухъ трактатовъ „de æquiponder ntibus“ и „de his quae vehuntur in aqua“. Плодомъ этого изученія явилось изобрѣтеніе гидростатическихъ вѣсовъ, описанныхъ имъ въ „La bilancetta, nella quale, ad imitazione d'Archimede nel problema della Corona, s'insegna a trovare la proporzione del nusto di due metalli, e la fabbrica dello strumente“. Сочиненіе это находилось въ тѣсной связи съ предпринятымъ Галилеемъ трактатомъ о центрѣ тяжести твердыхъ тѣлъ *) и было распространено первоначально въ рукописи; появилось оно въ печати лишь послѣ его смерти въ 1655 году. Къ тому же времени (1587 г.) относятся прочитанныя Галилеемъ во Флоренціи двѣ лекціи на тему: „intorno la figura, sito e grandezza dell 'Inferno di Dante Alighieri“. Всякій, кто дастъ себѣ трудъ прочитать эти критическія замѣтки,—даже теперь, послѣ того какъ столько написано о божественной поэмѣ—будетъ пораженъ тонкимъ остроуміемъ и глубиной мысли Галилея. Для насъ эти лекціи интересны тѣмъ, что въ нихъ думаютъ найти выраженіе астрономическаго credo Галилея въ томъ періодѣ времени. „Представимъ себѣ, говоритъ онъ **), прямую линію, идущую изъ центра земли (центръ этотъ является кромѣ того центромъ тяжести всего мірозданья)...“ Изъ этихъ словъ многіе заключаютъ, что Галилей въ то время былъ приверженцемъ Птоломеевой теоріи мірозданья. Нѣтъ сомнѣнія, говоритъ Фаваро ***), что Галилей, какъ и Коперникъ, началъ съ Птоломеевой теоріи, прежде чѣмъ сталъ убѣжденнымъ Пиѳагорейцемъ; изъ вышеприведенныхъ словъ ничего опредѣленнаго выводить однако нельзя, такъ какъ Галилей говорилъ здѣсь устами Данте, становясь на точку зрѣнія этого послѣдняго.

---

*) Ср. *Favaro*, Op cit. vol I. p. 21.

**) Le Opere di Galileo Galilei..., Firenze. 1856, tomo XV, pag. 15.

***) Op. cit. vol. I. pag. 28.

Въ это время имя Галилея стало пользоваться нѣкоторой популярностью. Онъ уже завязалъ письменныя сношенія со многими замѣчательными учеными своего времени: съ математиками Молети (въ Падуѣ), Мишелемъ Куанье (въ Антверпенѣ), іезуитомъ Клавіо, занимавшимся провѣркой календаря въ Римѣ; съ этимъ послѣднимъ онъ свелъ и личное знакомство при поѣздкѣ своей въ Римъ въ 1587 году. Но особенно благотворнымъ для него по послѣдствіямъ своимъ оказалось знакомство съ маркизомъ Гвидобальдо дэль Монтэ, извѣстнымъ ученымъ того времени, авторомъ многихъ сочиненій по механикѣ, астрономіи и т. д. Этотъ послѣдній принадлежалъ къ числу горячихъ приверженцевъ Галилея, которому онъ далъ прозвище „Архимеда своего времени". Благодаря его поддержкѣ, Галилей получилъ наконецъ, послѣ нѣсколькихъ тщетныхъ попытокъ занять каѳедру въ Болоньѣ, профессуру математики въ Пизанскомъ университетѣ (1589 г.) съ содержаніемъ въ 60 скуди, т. е. около 90 рублей въ годъ.

Положеніе Галилея въ эту пору его жизни было крайне печально и тяжело. Необходимость служить поддержкой всей семьѣ и престарѣлому отцу, принесшему для любимаго сына столько жертвъ, при крайне ничтожномъ содержаніи заставляла молодого ученаго тратить время и силы на частные уроки, чтобы посторонними доходами нѣсколько сгладить скудность своего содержанія. Крайне тяжелое экономическое положеніе съ одной стороны, еще болѣе тяжелыя условія жизни среди корпораціи, относившейся съ фанатической ненавистью къ нему съ другой, не могли не отзываться на немъ. И тѣмъ не менѣе юный профессоръ продолжалъ трудиться на пользу науки и обогащалъ ее съ каждымъ днемъ новыми открытіями *). Въ это время Галилей продолжалъ усердно заниматься философіей при помощи Якова Маццони и вернулся, побуждаемый маркизомъ дэль-Монтэ, къ барицентрическимъ вопросамъ. Къ этому же времени относятся его работы надъ циклоидой. Центромъ тяжести, однако, его научныхъ открытій являются опыты надъ свободнымъ паденіемъ тѣлъ.

Многіе изъ предшественниковъ Галилея уже сомнѣвались въ справедливости апріорныхъ выводовъ Аристотеля. Леонардо да-Винчи были, повидимому, извѣстны законы паденія по наклонной плоскости, но ему не удалось дать ясную ихъ формулировку; Джіованни Баттиста Бенэдэтти уже убѣдился въ ложности многихъ механическихъ построеній Аристотеля, но никому не пришло на мысль подвергнуть заподозрѣнныя положенія опытной провѣркѣ.

Аристотель, изслѣдуя законы паденія тѣлъ, высказалъ положеніе, что скорость, пріобрѣтаемая какимъ-нибудь падающимъ тѣломъ, прямо пропорціональна его вѣсу. Галилей усомнился въ истинѣ этого положенія и, подвергнувъ его опытному изслѣдованію, тотчасъ же убѣдился, насколько оно было далеко отъ дѣйст-

*) О крайне тяжеломъ положеніи Галилея можно судить по одному изъ отвѣтныхъ писемъ дэль-Монтэ къ Галилею. Ср. Le Opere di Galileo Galilei... tomo VIII. Firenze 1851, p. 14.

вительности. Очевидность самого опыта, независимость его отъ всякаго подлога и важность доказываемаго имъ закона, побудили юнаго философа избрать именно этотъ опытъ для состязанія и требовать отъ своихъ противниковъ публичнаго диспута для доказательства истины или лживости ихъ древней философской системы. Вызовъ былъ принятъ. Наклонившаяся Пизанская башня представляла самое удобное мѣсто для производства опыта, которымъ Галилей съ полною очевидностью хотѣлъ торжественно изобличить ошибку Аристотеля, и къ ней то съ разсвѣтомъ направились обѣ споривщія и равно увѣренныя въ себѣ партіи. Это былъ великій кризисъ въ исторіи человѣческаго знанія. Съ одной стороны стояла избранная мудрость университетовъ, чтимая и по лѣтамъ, и по знаніямъ, уважаемая за свои достоинства, дружная и господствующая. Вокругъ нея толпился народъ, подлѣ нея — представители ученыхъ обществъ. Противъ нихъ выступалъ почти неизвѣстный юноша, окруженный малочисленными и робкими приверженцами безъ вѣса въ обществѣ и безъ состоянія. Насталъ часъ испытанія. Шары, назначенные для опыта, точно взвѣшиваются, причемъ тщательно осматриваютъ, не кроется ли въ нихъ обмана. Осмотръ удовлетворяетъ обѣ партіи. Оказывается, что одинъ шаръ вдвое тяжелѣе другого. Послѣдователи Аристотеля утверждаютъ, что, если оба шара будутъ одновременно брошены съ вершины башни, то тяжелѣйшій достигнетъ земли вдвое скорѣе, Галилей же, — что скорости паденія будутъ равны.

На этомъ спорящіе расходятся. Шары взносятся на вершину башни и по данному сигналу предоставляются свободному паденію. Быстро опускаясь, они одновременно ударяются о землю. Опытъ повторяется съ цѣлымъ рядомъ шаровъ. Одинъ только восковой шаръ нѣсколько отсталъ отъ другихъ, но Галилей безошибочно доказываетъ, что это является результатомъ сопротивленія воздуха.

Произведенный Галилеемъ опытъ настолько важенъ, что на немъ слѣдуетъ остановиться подробнѣе. Опытъ этотъ есть родоначальникъ нашей современной науки. Доказавъ, съ одной стороны, всю несостоятельность апріорнаго способа изслѣдованія и установивъ прочно и незыблемо значеніе экспериментальнаго метода, столь богатаго послѣдствіями въ обширной области естествовѣдѣнія, опытъ этотъ является по истинѣ кризисомъ въ исторіи человѣческаго знанія. Съ другой стороны, будучи краеугольнымъ камнемъ динамики, онъ служитъ базисомъ и всего современнаго знанія. Утраться значеніе этой истины, — и все величественное зданіе новѣйшей науки падетъ во прахъ при малѣйшемъ дуновеніи; ибо въ основаніи его лежатъ простые и неизмѣнные законы движенія. Пока эти законы дѣйствуютъ, до тѣхъ поръ величавое открытіе флорентинскаго ученаго будетъ оставаться памятникомъ его остроумія и проницательности. „Открытіе спутниковъ Юпитера, фазъ Венеры, солнечныхъ пятенъ и т. д., говоритъ Лагранжъ, требовало только телескопа и прилежанія; но нуженъ былъ необыкновенный геній, чтобы извлечь законы природы изъ наблюденія физическихъ явленій, совершающихся предъ глазами каждаго, разгадка которыхъ,

однако, не поддавалась усиліямъ величайшихъ философовъ". Это былъ первый шагъ въ наукѣ о движеніи, но для этого шага человѣчеству пришлось прожить почти 18 столѣтій съ Архимеда до Галилея! Толчекъ, данный этимъ послѣднимъ наукѣ механики, былъ такъ силенъ, что динамика, который до него и слѣдовъ не было, послѣ него, народилась, такъ сказать, сама собой *).

Такъ какъ вертикальное паденіе тѣлъ совершалось слишкомъ быстро, не давая возможности подвергнуть его подробному наблюденію, то Галилей прибѣгъ къ посредству наклонной плоскости и пришелъ къ заключенію, что пространства, пройденныя тѣломъ съ самаго начала движенія, пропорціональны квадратамъ временъ. Результатомъ его изслѣдованій (напечатанныхъ въ 1638 году: „Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due scienze attenenti a'la mecanica e i movimenti locali") было установленіе двухъ первыхъ основныхъ началъ динамики: начала инерціи и начала независимости дѣйствія силъ. *О. Пергаментъ* (Одесса).

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

---

# АНАЛОГІЯ

## между магнитною индукціею и электризаціей черезъ вліяніе.

---

Аналогія между магнитною и электрическою индукціею должна, очевидно, идти очень глубоко, ибо взаимодѣйствіе $f$ между наэлектризованными и намагниченными тѣлами выражается одною и тою же формулою

$$f = \frac{mm_1}{r^2},$$

гдѣ $m$ и $m_1$ — взаимодѣйствующія магнитныя или электрическія массы, $r$ — разстояніе между ними.

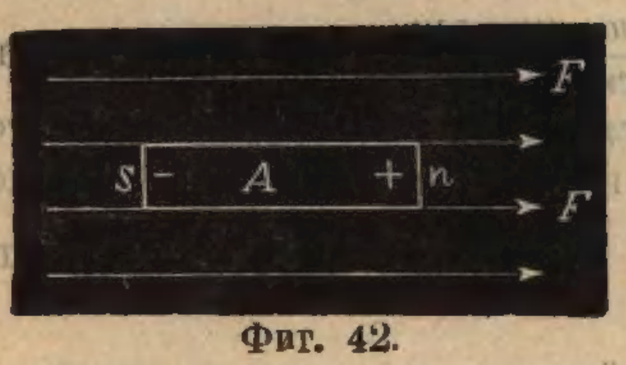
1. *Основныя явленія.* Назовемъ *напряженіемъ* $\frac{\text{магнитнаго}}{\text{электрическаго}}$ *поля* въ данной точкѣ ту силу F, которая дѣйствуетъ на помѣщенную въ этой точкѣ положительную единицу $\frac{\text{магнитизма}}{\text{электричества}}$.

Опыты показываютъ, что въ $\frac{\text{магнитномъ}}{\text{электрическомъ}}$ полѣ всякое тѣло получаетъ $\frac{\text{магнитныя}}{\text{электрическія}}$ свойства. Со стороны входа линій силъ въ

---

*) *Maximilièn Marie*, Histoire des sciences mathèmatiques & physiques. Paris 1884. T. III. p. 124.

тѣло является $\frac{\text{намагничиваніе}}{\text{электризація}}$ одного знака, а со стороны выхода линій силъ—другого знака.



Фиг. 42.

Вообразимъ себѣ тѣло A (фиг. 42) въ $\frac{\text{магнитномъ}}{\text{электрическомъ}}$ однородномъ полѣ напряженія F. Пусть тѣло A имѣетъ видъ длиннаго бруска, расположеннаго вдоль линій силъ. Опыты показываютъ, что $\frac{\text{магнитная}}{\text{электрическая}}$ плотность D на поверхностяхъ $n$ и $s$ тѣла будетъ пропорціональна напряженію поля F, т. е.

$$D = \mu F,$$

гдѣ $\mu$ есть постоянный коэффиціентъ $\frac{\text{намагничиванія}}{\text{электризаціи}}$, зависящій отъ природы тѣла.

Для случая электризаціи легко показать вычисленіемъ, что $\mu = \frac{1}{4\pi}$, если тѣло A есть проводникъ. Во всѣхъ остальныхъ случаяхъ $\mu$ опредѣляется опытами.

*Коэффиціенты намагничиванія.*

| | $\mu$ | | $\mu$ |
|---|---|---|---|
| Желѣзо | 32,00 | Ртуть | $-3.10^{-6}$ |
| Магнитный желѣзнякъ | 8,00 | Висмутъ | $-15.10^{-5}$ |
| Бутылочн. стекло | 0,15 | Вода | $-1.10^{-6}$ |
| Перекись марганца | 0,05 | Углекислота | $-4.10^{-3}$ |

*Коэффиціенты электризаціи.*

| | $\mu$ | | |
|---|---|---|---|
| Вода | $\frac{1}{4\pi}.\ 0{,}985$ | Воздухъ | 0 |
| Сѣра | $\frac{1}{4\pi}.\ 0{,}75$ | Водородъ | $\frac{1}{4\pi}.(-0{,}0002)$ |
| Керосинъ | $\frac{1}{4\pi}.\ 0{,}45$ | Пустота | $\frac{1}{4\pi}.(-0{,}0003)$. |
| Углекислота | $\frac{1}{4\pi}.\ 0{,}0002$ | | |

Коэффиціентъ $\mu$ взятъ со знакомъ +, когда со стороны выхода линій силъ появляется положительное $\frac{\text{намагничиваніе}}{\text{электризованіе}}$. Знакъ—передъ

μ указываетъ, что со стороны выхода линій силъ $\frac{\text{намагничиваніе}}{\text{электризація}}$ отрицательны.

2. *Притяженіе и отталкиваніе въ* $\frac{\textit{магнитномъ}}{\textit{электрическомъ}}$ *полѣ.* Тѣла, для которыхъ μ положительно, будутъ притягиваться полюсомъ, который производитъ поле, ибо ближе къ данному полюсу будутъ расположены индуктированныя $\frac{\text{магнитныя}}{\text{электрическія}}$ массы противоположнаго знака.

Если μ отрицательно, то въ ближайшихъ къ полюсу частяхъ тѣла A индуктируются массы того же знака, какъ и въ данномъ полюсѣ. Поэтому между полюсомъ и тѣломъ A происходитъ отталкиваніе.

Для случая магнитной индукціи притяженіе и отталкиваніе легко демонстрируются въ магнитномъ полѣ, производимомъ сильными электромагнитами.

Въ случаѣ электризаціи притяженіе тѣлъ къ наэлектризованному тѣлу также легко наблюдается, а отталкиваніе можно замѣтить для струи водорода въ воздухѣ вблизи наэлектризованнаго тѣла. Наблюдаютъ эту струю по ея слабой тѣни, получаемой при сильномъ освѣщеніи.

3. *Напряженіе поля внутри тѣла, подверженнаго вліянію.* Пусть $\frac{\text{магнитная}}{\text{электрическая}}$ масса $m$ помѣщена внутри среды N (фиг. 43), для которой μ больше, чѣмъ для воздуха; вообразимъ около массы $m$ шарообразную массу воздуха радіуса $r$. Тогда на поверхности воздушнаго шара разовьется $\frac{\text{магнитизмъ}}{\text{электричество}}$, плотность котораго — D $= -\mu F$. Напряженіе поля F, происходящаго отъ массы $m$ на разстояніи $r$, равно $\frac{m}{r^2}$; отсюда

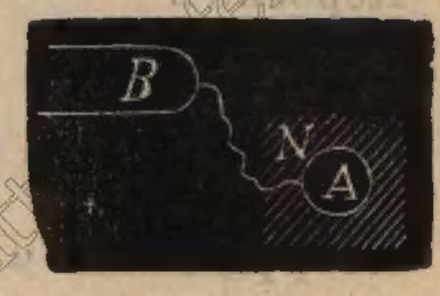
$$D = \frac{\mu m}{r^2}.$$

Фиг. 43.

Весь зарядъ на поверхности шара равенъ — D. $4\pi r^2 = -4\pi\mu m$.

Дѣйствіе массы $m$ и наведенной массы $-4\pi\mu m$ сводится такимъ образомъ къ дѣйствію одной массы равной $m\,(1-4\pi\mu)$. Поэтому величины всѣхъ силъ, зависящихъ отъ массы $m$, будутъ въ средѣ N меньше, чѣмъ въ воздухѣ, въ отношеніи $(1-4\pi\mu):1$.

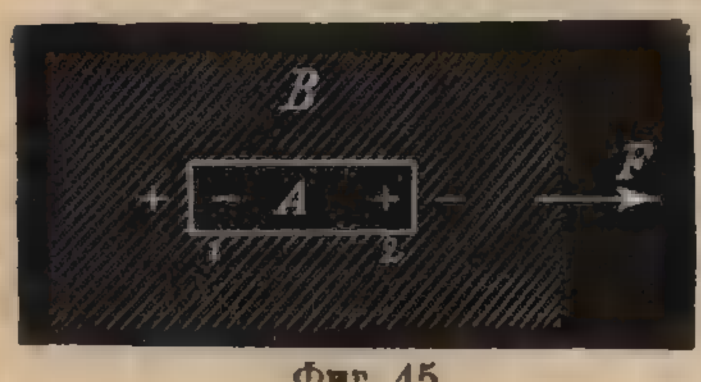
4. *Діэлектрическая постоянная.* Представимъ себѣ тѣло A, (фиг. 44) соединеннымъ съ какимъ либо постояннымъ источникомъ электричества B. Положимъ, что равновѣсіе установится въ воздухѣ въ томъ случаѣ, если на тѣло A перейдетъ изъ B зарядъ $m$. Если тѣло A находится въ средѣ N, для которой коэффиціентъ электризаціи равенъ μ, то, по вышеизложенному, помѣщеніе тѣла A въ среду N равносильно уменьшенію его



Фиг. 44.

заряда въ $\frac{1}{1-4\pi\mu}$ разъ. Поэтому равновѣсіе нарушается и на тѣло A перейдетъ новый зарядъ, большій прежняго въ $\frac{1}{1-4\pi\mu}$ разъ. Коэффиціентъ $\frac{1}{1-4\pi\mu}$ называется *діэлектрической постоянною* среды. Такъ, напримѣръ, замѣнивъ слой воздуха въ конденсаторѣ стекломъ, мы увеличимъ емкость его въ $\frac{1}{1-4\pi\mu}=5$.

5. ***Относительность діамагнитизма.*** Пусть тѣло A (фиг. 45) съ коэффиціентомъ намагничиванія $\mu_a$ помѣщено въ среду B съ коэффиціентомъ намагничиванія $\mu_b$. Напряженіе поля есть F. Тогда на поверхности 2 тѣла B разовьется плотность магнитизма $-\mu_b . F$, на поверхности 2 тѣла A разовьется магнитизмъ плотности $+\mu_a . F$, т. е. явленіе произойдетъ такъ, какъ будто бы на поверхности 2 появилась плотность $+(\mu_a-\mu_b).F$.



Фиг. 45.

Если $\mu_b > \mu_a$, то на поверхности 2 появится отрицательное намагничиваніе, а на поверхности 1 положительное, т. е. тѣло A намагнитится такъ, какъ будто бы оно было діамагнитнымъ. Бутылочное стекло въ хлористомъ желѣзѣ кажется діамагнитнымъ, хотя въ воздухѣ оно магнитно.

*А. Корольковъ* (Спб.).

---

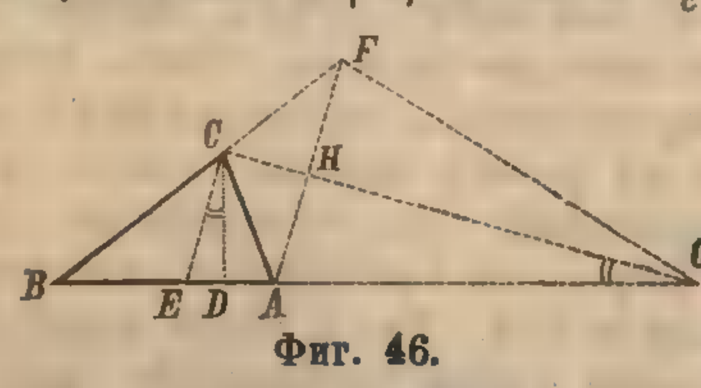
## КЪ СТАТЬѢ Г. АЛЕКСАНДРОВА*).

Въ помѣщенной въ № 148 „Вѣстника Оп. Физики" статьѣ г. Александрова „Геометрическіе методы разысканія maximum и minimum" находится между прочимъ (стр. 74,7) слѣдующая задача:

*Изъ всѣхъ треугольниковъ, имѣющихъ опредѣленныя $h_c$ и A—B, найти треугольникъ, имѣющій min. суммы $a+b$.*

По поводу этой задачи авторъ говоритъ, что ему неизвѣстно чисто геометрическое рѣшеніе задачи: „построить треугольникъ по даннымъ $a+b$, A—B и $h_c$".

Мы получили недавно отъ одного изъ нашихъ читателей, г. *Д. Н. З.* изъ Казани, слѣдующее чисто геометрическое рѣшеніе задачи г. Александрова.



Фиг. 46.

Пусть ABC (фиг. 46) — искомый треугольникъ, въ которомъ извѣстны: $a+b$, A—B и $h_c$ = CD.

*) Геометрическіе методы разысканія maximum и minimum. См. № 148 «Вѣстника Оп. Физики».

Продолжимъ BC на CF=CA и проведемъ CE ∥ AF. Какъ извѣстно, прямая CE есть равнодѣлящая угла C. Слѣдовательно уголъ между прямыми $\overline{CE}$ и $CD=\frac{A-B}{2}$. Проведемъ теперь CH⊥AF и продолжимъ до встрѣчи съ AB въ точкѣ G. Такъ какъ треугольникъ ACF равнобедренный, то AH=HF и △ AHG=△FHG, т. е. CG есть равнодѣлящая угла AGF. Но такъ какъ, вслѣдствіе перпендикулярности сторонъ, ∠ECD=∠AGC, то

$$\angle AGF=2\angle AGC=2\angle ECD=A-B.$$

Отсюда вытекаетъ слѣдующее построеніе треугольника ABC.

Строимъ ∠AGF=A—B и на равнодѣлящей его CG опредѣляемъ точку C, отстоящую отъ сторонъ угла AGF на данное разстояніе $CD=h_c$. Черезъ точку C проводимъ прямую такъ, чтобы отрѣзокъ ея между сторонами угла равнялся данной длинѣ $a+b$=BF (См.: Александровъ, „Методы рѣшенія геометрическихъ задачъ“, изд. 4-е 7,IV) и, проведя FA⊥CG, получаемъ искомый треугольникъ ABC.

---

## ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

**Переносный фотометръ Карла Геринга** состоитъ изъ деревянной трубки квадратнаго сѣченія, шириной въ 10 цм. и длиной въ 92 цм., открытой съ обоихъ концовъ. Вблизи праваго конца расположены экранъ S и зеркала M и M′ (Фиг. 47); отверстіе, сдѣланное въ стѣнкѣ трубки противъ зеркалъ, даетъ возможность наблюдателю видѣть изображеніе пятна. Вся трубка выкрашена растворомъ камеди съ сажей. Приборъ держатъ за ручки H и H′ (послѣдняя расположена подъ центромъ тяжести, такъ что приборъ легко держать одной рукой). Въ L помѣщена лампа-эталонъ, представляющая лампу накаливанія въ 4 вольта; она даетъ свѣтъ около одной свѣчи и требуетъ тока немного меньше ампера. Токъ получается изъ двухъ маленькихъ аккумуляторовъ, заключенныхъ въ деревяномъ ящикѣ, который носятъ на ремнѣ черезъ плечо. Аккумуляторы закрыты замазанной крышкой съ отверстіями для выхода газовъ, а чтобы черезъ эти дыры не выливалась кислота, элементы покрыты слоемъ углекислаго натра. Такъ какъ электровозбудительная сила аккумуляторовъ во время разряженія уменьшается, то К. Герингъ выбралъ такіе аккумуляторы, что количество электричества для производства ряда изслѣдованій составляетъ пятую часть ихъ емкости. Передъ употребленіемъ заряжен-



Фиг. 47.

ные элементы слегка разряжаютъ, чтобы получить нормальное и постоянное напряженіе.

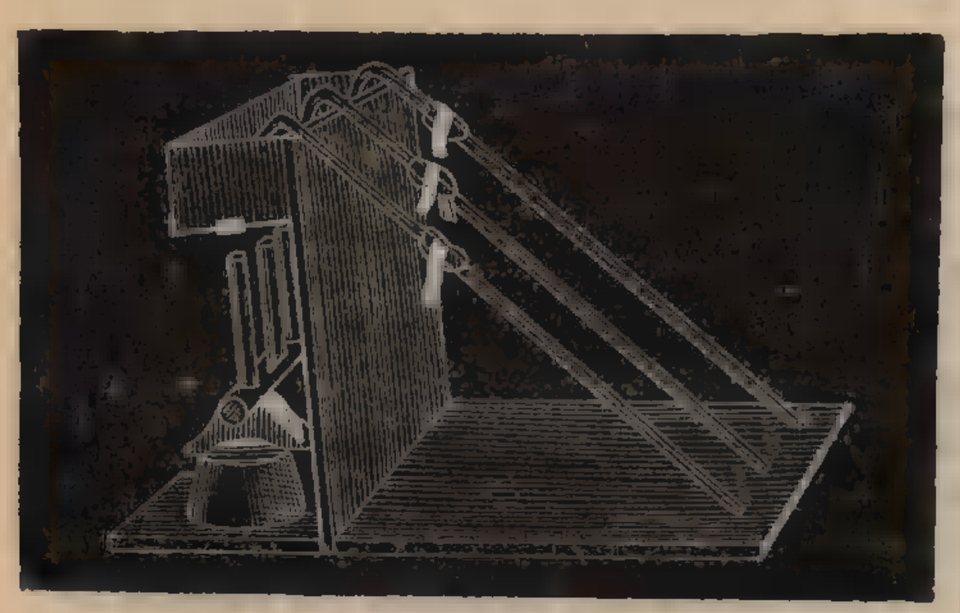
Лампа L прикрѣплена къ подвижной линейкѣ R, такъ что всегда можно узнать ея разстояніе отъ экрана S; линейку въ каждомъ положеніи можно закрѣпить винтомъ N.

Въ коробкѣ T свита лента съ дѣленіями на дюймы и футы. Возлѣ коробки T прикрѣпленъ прерыватель, позволяющій зажигать и тушить лампочку.

Калибрируютъ приборъ при помощи лампы съ уксусно-амиловымъ эфиромъ Гефнера Альтенека. Правый конецъ обращаютъ къ лампѣ-эталону, находящейся на опредѣленномъ разстояніи. Тогда зажигаютъ лампу и передвигаютъ ее до тѣхъ поръ, пока въ одномъ изъ зеркалъ не исчезнетъ пятно.

Послѣ калибрированія приборъ готовъ къ употребленію. Для измѣренія свѣтовой силы какого-либо источника свѣта, на него направляютъ правый конецъ фотометра, зажигаютъ лампу фотометра и отходятъ до тѣхъ поръ, пока не исчезнетъ пятно на экранѣ. Измѣривъ при помощи ленты разстояніе отъ источника свѣта, легко вычислить его силу свѣта, принявъ во вниманіе разстояніе лампы эталона отъ экрана во время калибрированія. *П. П.*

**Лекціонный приборъ для сравнительнаго измѣренія теплопроводности металловъ по способу Ингенгуса.** Въ выпускѣ 7 „Журнала Физ. Хим. Общ." проф. Н. Гезехусъ описываетъ приборъ для демонстраціи неодинаковой проводимости металлическихъ стержней. Стержни изъ различныхъ металловъ, покрытые равномѣрнымъ слоемъ парафина, располагаются наклонно, при чемъ верхніе ихъ концы загнуты въ ванну съ кипящей водой (фиг. 48). Ванна и горѣлка отдѣлены отъ стержней деревяной доской. На верхушки стержней до начала опыта насаживаются указатели теплопроводности—парафиновыя подушки, покрытыя согнутыми мѣдными пластинками. По мѣрѣ нагрѣванія верхнихъ концовъ стержней, парафиновыя сѣдла сползаютъ тѣмъ ниже, чѣмъ больше теплопроводность стержней. Если назовемъ пройденныя пространства отъ нагрѣваемыхъ концовъ черезъ $x_1, x_2, x_3, \dots$, а коэффиціенты внутренней теплопроводности соотвѣтственно черезъ $k_1, k_2, k_3, \dots$, то по, извѣстному закону, найдемъ:



Фиг. 48.

$$\frac{k_1}{x_1^2} = \frac{k_2}{x_2^2} = \frac{k_3}{x_3^2} = \dots$$

Для того, чтобы показать, что теплопроводность дерева въ различныхъ направленіяхъ неодинакова, употребляютъ деревяныя пла-

стинки, покрытыя красной ртутной краской. Эта краска при нагрѣваніи чернѣетъ, а по охлажденіи принимаетъ свой прежній цвѣтъ. Если такую пластинку нагрѣть по срединѣ раскаленной проволокой, то образуется темное пятно, хоть и не рѣзко ограниченное, но явственно эллиптической формы. *П. П.*

**Новый индуктивный приборъ.** Вообразимъ два концентрическихъ плоскихъ кольца, въ которыхъ вырѣзаны снаружи два желобка, служащихъ для помѣщенія изолированныхъ проволокъ индуктирующаго и индуктируемаго тока. Если въ одной изъ проволокъ прерывать токъ, то, очевидно, въ другой появятся наведенные токи. Дѣйствіе будетъ наибольшее, если оба кольца находятся въ одной плоскости; если-же одно изъ колецъ поворачивать около общаго діаметра, то сила наведеннаго тока станетъ уменьшаться и сдѣлается равной нулю, когда плоскости колецъ станутъ подъ прямымъ угломъ. Если по одному кольцу будетъ пробѣгать постоянный токъ, а другое будетъ вращаться, то въ обмоткѣ послѣдняго появится синусоидальный перемѣнный токъ. Изобрѣтатель этого прибора Моренъ предназначаетъ свой приборъ для электротерапіи, гдѣ весьма важно имѣть средство правильно увеличивать или уменьшать силу индуктивнаго тока отъ максимума до нуля и обратно.

*П. П.*

---

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

⁂ **Индукція на значительномъ разстояніи** была изслѣдована въ послѣднее время Присомъ, главнымъ инженеромъ и электротехникомъ почтоваго вѣдомства въ Англіи. Онъ протянулъ на столбахъ проволоку на разстояніи одной версты, между Кэрдифомъ и Лавернокомъ, на берегу графства Уэльскаго, и параллельно ей,—другую въ двѣ версты на островѣ Флэтъ-Гольмѣ, находящемся въ $4^1/_2$ верстахъ отъ побережья графства Уэльскаго. По береговой проволокѣ пропускался сильный токъ, а проволока на островѣ Флэтъ-Гольмѣ была снабжена электропріемникомъ. Слова, произнесенныя у проволоки на берегу, были совершенно ясно слышны на островѣ.

⁂ **Объединеніе суточнаго времени** предлагается французомъ Эрнестомъ Пакьэ. Разница мѣстнаго времени весьма неудобна для путешествующихъ; кромѣ того, пароходное время отличается отъ желѣзнодорожнаго, такъ какъ въ англійскомъ, американскомъ, итальянскомъ, австрійскомъ и германскомъ флотѣ введено гринвичское время. Для устраненія этихъ неудобствъ Пакьэ предлагаетъ раздѣлить поверхность земнаго шара на 24 равныя части меридіанами и пренебрегать разностью мѣстнаго времени въ предѣлахъ каждой части. Тогда 1) всѣхъ разницъ во времени будетъ меньше 24-хъ (если не считать частей покрытыхъ океаномъ съ неимѣющими торговаго значенія островами), 2) упростится переходъ отъ одного времени къ другому, такъ какъ разница всегда

будетъ равна цѣлому числу часовъ, и 3) для многихъ странъ осуществится единство времени.

-ж- **Электрическая дорога со скоростью 250 верстъ въ часъ** будетъ сооружена между Вѣной и Будапештомъ. При такой скорости мелкіе предметы вовсе не будутъ видны изъ оконъ вагона, такъ какъ въ 1 секунду поѣздъ будетъ пробѣгать 32 сажени. Такъ какъ сигнальный флагъ сторожа не будетъ видѣнъ машинисту, то придумано особое приспособленіе, при помощи котораго сторожъ самъ въ состояніи будетъ остановить поѣздъ. Для этого нужно только замкнуть идущій по рельсамъ и движущій поѣздъ токъ. Двигателемъ будетъ служить машина въ 200 силъ, изъ которыхъ 100 будутъ тратиться на преодолѣніе сопротивленія воздуха. Весь поѣздъ будетъ состоять изъ одного длиннаго вагона.

---

# ЗАДАЧИ.

**№ 411.** Данъ равносторонній треугольникъ ABC, сторона котораго равна $a$; на высотѣ его BD построенъ второй равносторонній треугольникъ $BDC_1$ и наконецъ на высотѣ $BD_1$ этого новаго треугольника построенъ еще равносторонній треугольникъ $BD_1C_2$. Найти радіусъ круга, описаннаго около треугольника $CC_1C_2$ и доказать, что центръ этого круга лежитъ на сторонѣ даннаго треугольника ABC на разстояніи $\frac{a}{4}$ отъ одной изъ его вершинъ.

*А. П.* (Пенза).

**№ 412.** Если сложить сумму, разность, произведеніе и частное двухъ цѣлыхъ чиселъ, то получимъ 450 $(=a)$. Найти эти числа. Сколько рѣшеній? Какому условію должно удовлетворять число $a$, чтобы рѣшеніе было возможно въ положительныхъ числахъ?

*В. Перельцвейгъ* (Полтава).

**№ 413.** Построить треугольникъ по двумъ сторонамъ $BC=a$ и $AC=b$ при условіи, что прямая CD, пересѣкающая AB въ D подъ даннымъ угломъ $\alpha^0$, равна сторонѣ AB.

*Н. Николаевъ* (Пенза).

**№ 414.** Данный треугольникъ ABC, находящійся въ одной вертикальной плоскости съ горизонтальной линіей MN, опирается вершиной C на эту линію такъ, что сторона треугольника BC образуетъ съ ней уголъ BCN, равный $\alpha$. По сторонамъ AC и BC этого треугольника начинаютъ двигаться одновременно подъ вліяніемъ собственнаго вѣса двѣ матеріальныя точки: одна по AC, а другая—по BC.

Какъ великъ долженъ быть уголъ $\alpha$, чтобы обѣ матеріальныя точки, находившіяся въ началѣ движенія въ A и B, достигли точки C въ одно и то-же время.

*І. Каменскій* (Пермь).

**№ 415.** Найти истинную величину выраженія

$$\operatorname{tg} \frac{\lg(1+\varepsilon\pi)}{2\lg(1+\varepsilon)},$$

при $\varepsilon = 0$.

*А. Рѣзновъ* (Самара).

**№ 416.** Опредѣлить площадь криволинейной фигуры, ограниченной тремя равными дугами трехъ окружностей, описанныхъ изъ разныхъ центровъ равными радіусами.

*П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

---

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 106** (2 сер.). Четырьмя построеніями найти

$$x=\frac{a^6+a^5b+a^4b^2+a^3b^3+a^2b^4+ab^5+b^6}{(a-b)^5}.$$

Умноживъ числителя и знаменателя на $a-b$, получимъ:

$$x=\frac{a^7-b^7}{(a-b)^6}$$

полагая $a-b=k$, найдемъ $x=\frac{a^7}{k^6}-\frac{b^7}{k^6}$.

Итакъ, искомыя построенія будутъ:

$$1)\ k,\ 2)\ \frac{a^7}{k^6},\ 3)\ \frac{b^7}{k^6}\ и\ 4)\ x.$$

*А. Дукельскій* (Кременчугъ).

**№ 107** (2 сер.) Рѣшить систему

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}=a$$

$$\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}=b$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=c.$$

Пусть $\frac{x}{y}=\gamma$, $\frac{y}{z}=\alpha$ и $\frac{z}{x}=\beta$; тогда $\alpha\beta\gamma=1$, $\alpha+\beta+\gamma=a$, $\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma=b$, т. е. $\alpha$, $\beta$ и $\gamma$ суть корни ур-ія $X^3-aX^2+bX-1=0$.

Третье узъ данныхъ уравненій даетъ для опредѣленія неизвѣстныхъ равенства:

$$cx=1+\gamma+\frac{1}{\beta},\quad cy=1+\alpha+\frac{1}{\gamma},$$

$$cz=1+\beta+\frac{1}{\alpha}.$$

*И. Вонсикъ* (Воронежъ).

**№ 127** (2 сер.). На сторонѣ BC даннаго угла ABC даны точки D и E. Провести въ извѣстномъ направленіи отрѣзокъ XY (X на AB, Y на BC) такъ, чтобы углы DXY и EXY были равны.

Пусть $\angle XYB=\alpha$, $\angle ABC=\beta$. Найдемъ точку $D'$ симметричную D относительно AB. На прямой $D'E$ опишемъ дугу, вмѣщающую уголъ $360^0-2(\beta+\alpha)$. Эта дуга встрѣтитъ AB въ искомой точкѣ X. Проведемъ XY такъ, чтобы $\angle XYB=\alpha$ и обозначимъ: $\angle XDE=D$ и $\angle XED=E$;

тогда $$D=\beta+\frac{D'XE-(180^0-D-E)}{2},$$

откуда $$D-E=180^0-2\alpha.$$

Но $$\angle DXY=180^0-D-\alpha \text{ и } \angle EXY=180^0-E-(180^0-\alpha),$$

откуда $$DXY-EXY=180-(D-E)-2\alpha=0,$$

что и требов. доказать.

Условіе возможности $\beta+\alpha\leqslant 180^0$.

*К. Щиголевъ, П. Писаревъ* (Курскъ).

**№ 189** (2 сер.). Даны двѣ прямыя, которыя можно продолжить только въ ту сторону, въ которой онѣ не встрѣчаются. Требуется раздѣлить уголъ между ними на $n$ частей такъ, чтобы каждая изъ $(n-1)$ частей имѣла опредѣленную величину.

Проведемъ прямую, отсѣкающую отъ воображаемаго угла часть, равную первой данной величинѣ (см. рѣшеніе зад. № 188 въ № 146 В. О. Ф. стр. 48). Затѣмъ примѣнимъ ту же задачу еще $(n-2)$ разъ.

*А. Байковъ* (Москва); *В. Россовская, К. Щиголевъ* (Курскъ).

**№ 190** (2 сер.). Даны три прямыя SA, SB, SC, не лежащія въ одной плоскости и составляющія углы. $\angle BSC=\alpha$; $\angle ASB=\gamma$ и $\angle ASC=\beta$. Чрезъ S проведена прямая SD, одинаково наклоненная къ даннымъ. Опредѣлить уголъ который составляетъ прямая SD съ каждой изъ данныхъ прямыхъ.

Отложимъ на данныхъ линіяхъ части: $SB'=SC'=SA'=d$. Чрезъ точки $A', B', C'$ проведемъ плоскость; пусть $D'$—точка пересѣченія этой плоскости съ линіей SD.

Такъ какъ тр-ки $B'SD'$, $SC'D'$ и $A'SD'$ равны между собой, то $B'D'=D'C'=D'A'$, т. е. точка $D'$ — центръ круга, описаннаго

около $\triangle$ A'B'C'. Кромѣ того SD' перпендикулярна къ плоскости A'B'C', а потому $B'D'=d\ \mathrm{Sin}\,\varphi$, гдѣ $\varphi$—искомый уголъ.

Изъ равнобедренныхъ тр-ковъ A'SC', A'SB', C'SB' имѣемъ:

$$A'C'=2d\ \mathrm{Sin}\ \frac{\beta}{2};$$

$$B'C'=2d\ \mathrm{Sin}\ \frac{\alpha}{2};\ A'B'=2d\ \mathrm{Sin}\ \frac{\gamma}{2}.$$

Называя $\mathrm{Sin}\ \frac{\alpha}{2}$ черезъ $a$, $\mathrm{Sin}\ \frac{\beta}{2}$ — черезъ $b$ и $\mathrm{Sin}\frac{\gamma}{2}$ — черезъ $c$, получимъ:

$$B'D'=\frac{8d^4 . abc}{4d^3\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}},$$

поэтому

$$\mathrm{Sin}\,\varphi=\frac{2abc}{\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}}.$$

*А. П.* (Пенза); *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

**№ 156** (2 сер.). Подъ какимъ угломъ къ горизонту должны быть наклонены боковыя стѣнки канала, котораго живое сѣченіе представляетъ равнобочную трапецію, чтобы при заданномъ живомъ сѣченіи $s$ (т. е. площади трапеціи) и глубинѣ канала $h$, смачиваемый его периметръ былъ наименьшимъ?

Пусть AB — верхнее основаніе трапеціи, DC — нижнее; перпендикуляръ изъ B на продолженіе DC встрѣчаетъ это продолженіе въ E; пусть $\angle BCE=\alpha$ и $DC=x$. Тогда

$$\frac{2x+2h\ \mathrm{Ctg}\ \alpha}{2}h=s,$$

откуда

$$x=\frac{s}{h}-h\,\mathrm{Ctg}\,\alpha.$$

Длину смачиваемаго периметра обозначимъ черезъ $y$;

$$y=BC+CD+AD=x+\frac{2h}{\mathrm{Sin}\,\alpha}=\frac{s}{h}-h.\,\mathrm{Ctg}\,\alpha+\frac{2h}{\mathrm{Sin}\,\alpha}.$$

Такъ какъ $\frac{s}{h}=\mathrm{const.}$, то $y$ будетъ minimum, когда будетъ minimum

$$y'=\frac{2h}{\mathrm{Sin}\,\alpha}-h\ \mathrm{Ctg}\,\alpha=h\frac{2-\mathrm{Cos}\,\alpha}{\mathrm{Sin}\,\alpha};$$

minimum-же $y'$ будетъ при

$$y_{\prime\prime}=\frac{2-\mathrm{Cos}\,\alpha}{\mathrm{Sin}\,\alpha}=\mathrm{min.}$$

Рѣшая послѣднее уравненіе относительно Sin $\alpha$, найдемъ:

$$\operatorname{Sin} \alpha = \frac{2y_{\prime\prime} \pm \sqrt{y_{\prime\prime}^2 - 3}}{y_{\prime\prime}^2 + 1}.$$

Такъ какъ Sin $\alpha$ долженъ имѣть дѣйствительное значеніе, то

$$y_{\prime\prime\min.} = \sqrt{3};$$

поэтому

$$\operatorname{Sin} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ т. е. } \alpha = 60^0.$$

*К. Шеткевичъ* (Пермь); *Вятскій.*

**№ 236** (2 сер.). Биссекторы внутреннихъ угловъ параллелограмма ABCD образуютъ своимъ пересѣченіемъ прямоугольникъ P, а биссекторы внѣшнихъ угловъ прямоугольникъ Q. По даннымъ сторонамъ параллелограмма $AB = a$ и $BC = b$ требуется опредѣлить: 1) радіусы круговъ, описанныхъ около прямоугольниковъ P и Q, и 2) отношеніе площадей P и Q къ площади ABCD.

Обозначимъ $\angle BAD$ черезъ $\alpha$. Пусть MNPQ—внутренній прямоугольникъ (M лежитъ на биссекторахъ угловъ B и A, N—угловъ D и A, Q—угловъ D и C).

Изъ прямоуг. $\triangle$ AND имѣемъ

$$AN = b \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2};$$

изъ прямоуг. $\triangle$ ABM:

$$AM = a \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2}.$$

$$AN - AM = MN = (b - a) \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2}.$$

Такъ-же найдемъ

$$MP = (b - a) \operatorname{Sin} \frac{\alpha}{2}.$$

Діаметръ описанной около MNPQ окружности $= b - a$, радіусъ $= \frac{b-a}{2}$,

а искомое отношеніе

$$\frac{\text{площ. } ABCD}{\text{площ. } MNPQ} = \frac{2ab}{(b-a)^2}.$$

Если проведемъ биссекторы внѣшнихъ угловъ параллелограмма, то точки ихъ пересѣченія будутъ вершинами новаго прямоугольника, стороны котораго будутъ

$$(a+b) \operatorname{Sin} \frac{\alpha}{2} \text{ и } (a+b) \operatorname{Cos} \frac{\alpha}{2},$$

радіусъ описаннаго круга

$$R=\frac{a+b}{2}$$

и отношеніе площадей будетъ

$$\frac{2ab}{(b+a)^2}.$$

*П. Сѣтшниковъ* (Троицкъ); *Я. Кернессъ* (Кременчугъ); *О. Озаровская* (станица Псебай); *А. Васильева* (Тифлисъ); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *И Бѣлянкинъ* (Кіевъ).

**№ 289** (2 сер.). Дана окружность, центръ которой находится въ точкѣ O. На діаметрѣ AB этой окружности взята точка C, дѣлящая радіусъ OA пополамъ. Черезъ C проведена хорда, пересѣкающая окружность въ точкахъ D и E. Опредѣлить радіусъ окружности, е ли извѣстно, что хорды AD и BE соотвѣтственно равны $a$ и $b$.

Проводимъ хорды BD и AE. Имѣемъ:

$$2r.DE=ab+\sqrt{(4r^2-a^2)(4r^2-b^2)}\ldots\ldots\ldots(1).$$

Изъ подобія △△ ACD и ECB находимъ

$$DC:BC=AD:BE,$$

откуда

$$DC=\frac{3ar}{2b};$$

также находимъ

$$CE=\frac{br}{2b}.$$

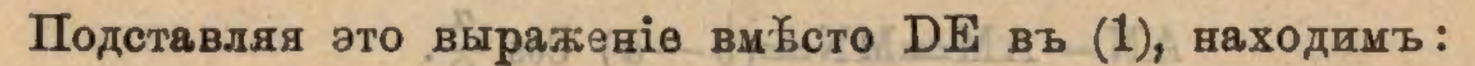
Слѣдовательно

$$DE=\frac{3ar}{2b}+\frac{br}{2a}.$$

Подставляя это выраженіе вмѣсто DE въ (1), находимъ:

$$r^2=\frac{2a^2b^2}{9a^2-b^2}.$$

*О. Озаровская* (Псебай); *А. П.* (Пенза); *Я. Тепляковъ* (Радомысль); *К. Щиголевъ* (Курскъ).



**Поправка.** Въ 150 № „Вѣстника Оп. Физики“ на стр. 122 сказано, что въ примѣрѣ, при еденномъ г. Никульцевымъ, въ частномъ получается конечная десятичная дробь. Это вѣрно, если руководствоваться частнымъ, полученнымъ г. Никульцевымъ, но частное г. Никульцева невѣрно: оно получилось вслѣдствіе ошибки въ сокращеніи.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса 23 Января 1893 г.
Типо-литографія „Одесскихъ Новостей“. Пушкинская, д. № 11.